

## فصل ۲

# کسر

آن چه باید در این فصل بدانید

### راهبردهای حل مسئله

● راهبرد رسم شکل: حل بعضی از مسئله‌ها بسیار دشوار و پیچیده به نظر می‌رسد. در این صورت می‌توان با ساده‌تر کردن مسئله و با تغییر اعداد بزرگ یا اعداد کسری به اعداد ساده‌تر و یا کسرهای آسان‌تر، راه حل آن‌ها را پیدا نمود؛ سپس از اعداد اصلی به جای اعداد فرضی استفاده کرد.

برای مثال اگر بخواهیم بدانیم در مقایسه‌ی زیر کدام کسر بزرگ‌تر است:  $\frac{1}{۸۴۵}$    $\frac{1}{۷۹۲}$  می‌توانیم به جای این دو کسر از کسرهای ساده‌تر نظیر  $\frac{1}{۳}$    $\frac{1}{۲}$  استفاده کنیم. چون  $\frac{1}{۳} < \frac{1}{۲}$  است پس می‌توان نتیجه گرفت که  $\frac{1}{۸۴۵} < \frac{1}{۷۹۲}$ .

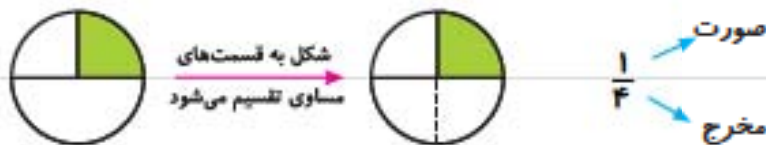
● راهبرد الگویابی: اگر برای مثال مستطیلی را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم سپس سه قسمت از آن را رنگ کنیم یا برداریم، می‌توان گفت سه قسمت از چهار قسمت رنگ شده یا برداشته شده و آن را می‌توان به صورت  $\frac{۳}{۴}$  نشان داد که آن را یک کسر می‌گویند.



$$\frac{3}{4}$$

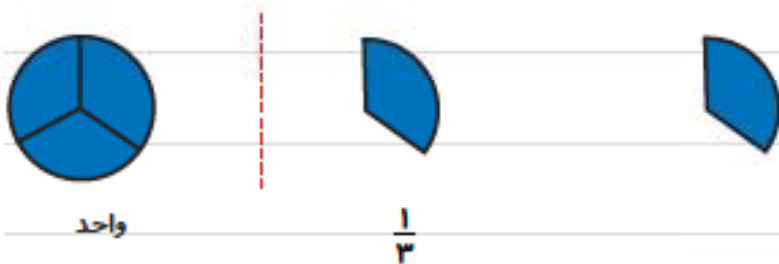
پس اگر بخواهیم برای یک شکل کسر بنویسیم، ابتدا باید آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم سپس با قراردادن تعداد کل قسمت‌ها در مخرج و نوشتن تعداد آن‌چه که می‌خواهیم در صورت، کسر مورد نظر

را بنویسیم.



مثال ۹۵

• برای آن‌که بتوانیم تشخیص دهیم که هر قسمت از شکل، چه کسری از یک شکل کامل است، ابتدا باید واحد آن را بشناسیم، مثلاً برای این که بدانیم، چه کسری از شکل است ابتدا باید واحد آن را معرفی کنیم:



برای شکل‌های زیر نیز با توجه به واحد آن‌ها می‌توان گفت:



$$\frac{4}{4} = 1 \quad \text{واحد}$$

۲ واحد کامل و  $\frac{3}{4}$  از یک واحد که آن را به صورت  $2\frac{3}{4}$  می‌نویسند و به آن عدد مخلوط می‌گویند.

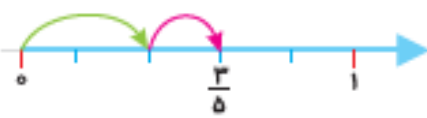
### جمع و تفریق دو کسر

برای آن‌که دو کسر را با هم جمع و یا از هم کم کنیم، ابتدا باید به مخرج‌های آن‌ها توجه کنیم. اگر مخرج‌ها با هم برابر باشند کافی است یکی از مخرج‌ها را نوشته و صورت‌ها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم.



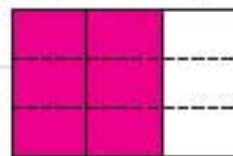
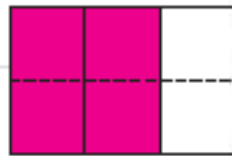
$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$$



### تساوی کسرها

در کلاس سوم آموختیم که به کمک شکل می توان برای یک کسر، کسرهای مساوی نوشت. به مثال زیر



توجه کنید.

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{9}$$

همان طور که ملاحظه می کنید، قسمت های رنگی در هیچ کدام از شکل ها تغییری نکرده است، پس می توان

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

بین کسرها از علامت (=) استفاده کرد:

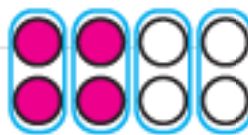
با دقت بیشتر می توان دید که:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

(Arrows indicate multiplication by 2 from 2/3 to 4/6, and multiplication by 3 from 4/6 to 6/9.)

یعنی با ضرب نمودن صورت و مخرج یک کسر در یک عدد می توان برای آن، کسرهای مساوی زیادی نوشت.

به این مثال نیز توجه کنید:



$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

پس:  $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

یعنی:

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

یعنی می‌توان بعضی وقت‌ها با تقسیم نمودن صورت و مخرج یک کسر بر یک عدد برای آن، کسرهای مساوی نوشت، به این عمل ساده کردن کسر نیز می‌گویند.

### جمع و تفریق دو کسر با مخرج نامساوی

اگر بخواهیم حاصل جمع و یا تفریق دو کسر با مخرج‌های نامساوی را به دست آوریم، ابتدا از راه نوشتن کسر مساوی برای کسری که مخرج آن کم‌تر است، مخرج‌ها را مساوی می‌کنیم سپس حاصل جمع و یا تفریق را به دست می‌آوریم:

**مثال** می‌خواهیم حاصل  $\frac{4}{7} + \frac{5}{21}$  را به دست آوریم ابتدا برای کسری مساوی می‌نویسیم که مخرج آن

۲۱ باشد.

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

سپس حاصل جمع را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{21} = \frac{12}{21} + \frac{5}{21} = \frac{17}{21}$$

و یا اگر بخواهیم حاصل  $\frac{17}{20} - \frac{2}{5}$  را به دست آوریم ابتدا:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

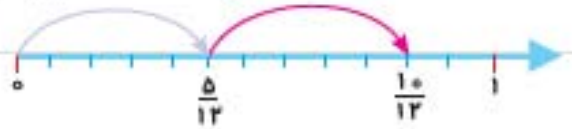
سپس:

$$\frac{17}{20} - \frac{2}{5} = \frac{17}{20} - \frac{8}{20} = \frac{9}{20}$$

### ضرب عدد در کسر

برای به دست آوردن حاصل  $۲ \times \frac{۵}{۱۲}$  که همان  $\frac{۵}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  است، کافی است عدد را در صورت کسر ضرب کنیم:

$$\frac{۵}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲} = ۲ \times \frac{۵}{۱۲} = \frac{۱۰}{۱۲}$$



$$۲ \times \frac{۵}{۱۲} = \frac{۱۰}{۱۲}$$

۲

⊙ کسر  $\frac{۱}{۲}$  را نصف،  $\frac{۱}{۳}$  را ثلث،  $\frac{۱}{۴}$  را ربع و  $\frac{۱}{۵}$  را خمس می‌گویند.



## تمرین‌های فصل ۲

۱- با توجه به اندازه‌ی سنجاق، جاهای خالی زیر را کامل کنید.



• اندازه‌ی سنجاق ..... سانتی‌متر و ..... میلی‌متر است.

• اندازه‌ی سنجاق ..... میلی‌متر است.

• طول سنجاق ..... سانتی‌متر و ..... از سانتی‌متر است.

• طول سنجاق (به عدد مخلوط) ..... سانتی‌متر است.

۲- روی محورهای زیر، اعداد خواسته‌شده را نشان دهید.



۳- با توجه به زمانی که ساعت زیر نشان می‌دهد، جملات را کامل کنید.



• ساعت ..... و ..... دقیقه است.

• ساعت ..... دقیقه از ساعت ..... گذشته است.

• ساعت ..... دقیقه مانده به ساعت ..... .

• ساعت به عدد مخلوط می‌شود ..... .

۴- بعد از نوشتن کسر مناسب برای قسمت‌های رنگی هر کدام از شکل‌های زیر، آن‌ها را مقایسه کنید.





۵- برای دو کسر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{2}{7}$  شکل مناسب رسم کنید و آن‌ها را مقایسه کنید.

(حتماً می‌دانید که برای مقایسه باید از شکل‌های هم‌اندازه استفاده کرد.)

۲



۶- با توجه به شکل به سوالات زیر پاسخ دهید:

تعداد مربع‌های زرد برابر است با ..... از ..... مربع یا .....  $\frac{3}{10}$  

تعداد مربع‌های آبی برابر است با ..... از ..... مربع یا .....

تعداد مربع‌های قرمز برابر است با ..... از ..... مربع یا .....

تعداد مربع‌های سفید برابر است با ..... از ..... مربع یا .....

۷- برای هر کدام از شکل‌های زیر دو کسر بنویسید. (برای قسمت‌های رنگ‌شده و برای قسمت‌های سفید)



۸- روی هر کدام از شکل‌های زیر، کسر خواسته‌شده را نشان دهید.



$\frac{3}{4}$  از ۴ قسمت

$\frac{5}{9}$  از ۹ قسمت

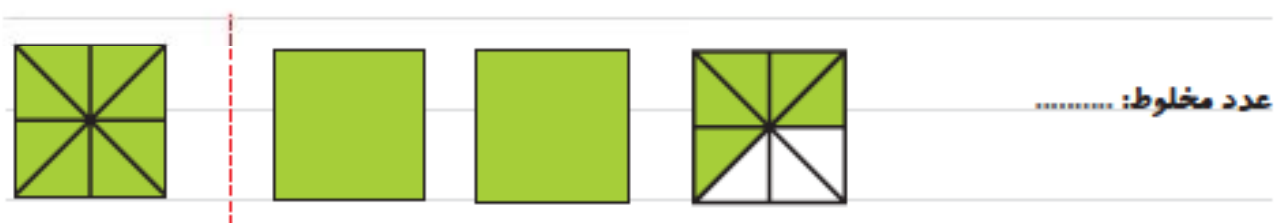
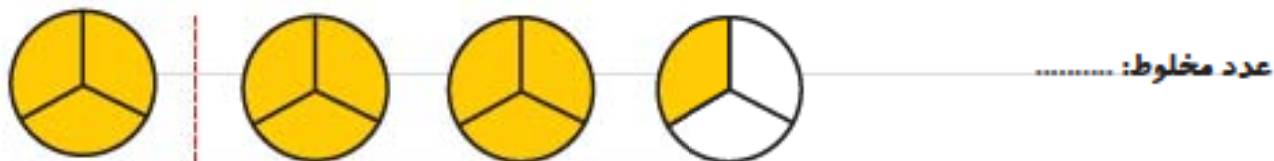
$\frac{2}{7}$  از ۷ قسمت

$\frac{1}{5}$  از ۵ قسمت

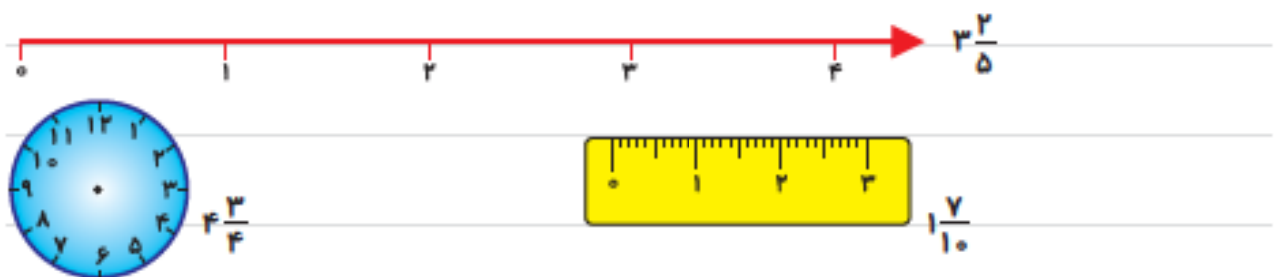
۹- با توجه به واحد سمت چپ، هر کدام از شکل‌های زیر چه کسری را نشان می‌دهد؟



۱۰- برای هر کدام از شکل‌های زیر، با توجه به واحد آن‌ها یک عدد مخلوط بنویسید.



۱۱- روی هر کدام از شکل‌های زیر، عدد مخلوط خواسته شده را نشان دهید.



۱۲- طول هر گام یک دوندگی دوی سرعت تقریباً ۱ متر و ۶۰ سانتی متر است.

این عدد را به صورت عدد مخلوط نمایش دهید.







۱۳- مهدیه ۲۰۰۰ تومان و هانیه ۳۰۰۰ تومان پول داشتند. آن‌ها تصمیم گرفتند برای خریدن شکلات به مناسبت عید مبعث هر کدام نصف پول خود را به‌دازند. کدام یک پول بیشتری پرداخت خواهند کرد؟ چه قدر؟



۱۴- آقای محسنی با خانم و چهار فرزندش برای شام ۵ تا پیتزا سفارش دادند که هر کدام به ۸ قسمت تقریباً مساوی تقسیم شده بود اما هر کدام بیشتر از  $\frac{6}{8}$  یک پیتزا را نتوانستند میل کنند. چه قدر پیتزا برایشان باقی مانده است؟

۱۵- برای هر کدام از اعداد مخلوط داده شده با توجه به واحد سمت چپ، شکل مناسب رسم کنید.



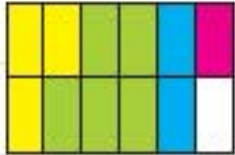
$$2\frac{3}{4}$$



$$1\frac{1}{3}$$

۱۶- چه کسری از شکل‌های زیر، رنگ شده است؟





۱۷- با توجه به شکل به سوالات زیر پاسخ دهید:

• چه کسری از شکل به رنگ زرد است؟ \_\_\_\_\_

• چه کسری از شکل آبی است؟ \_\_\_\_\_

زرد آبی آبی رنگ زرد رنگ

• چه کسری از شکل، زرد و آبی است؟ \_\_\_\_\_

• چه کسری از شکل، سبز است؟ \_\_\_\_\_

• چه کسری از شکل، رنگی است؟ \_\_\_\_\_

رنگی سبز قرمز آبی زرد

آیا می توان بین کسرهای زیر از علامت (+) استفاده کرد؟ \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

۱۸- برای عبارت  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$  شکل مناسب رسم کرده و حاصل را به دست آورید.



۱۹- از یک کلاس ۳۲ نفره، ۸ نفر به بسکتبال و ۱۱ نفر

به فوتبال علاقه مند هستند. چه کسری از دانش آموزان

این کلاس به این دو رشته‌ی ورزشی علاقه دارند؟

۲۰- محمد کتابی ۲۳۵ صفحه‌ای دارد که هفتی قبل ۵۸ صفحه و این هفته هم ۶۳ صفحه‌ی آن را خوانده

است. چه کسری از کتاب محمد باقی مانده است؟

۲۱- برای شکل‌های زیر، عبارتهای مناسب بنویسید و حاصل را به دست آورید.



\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

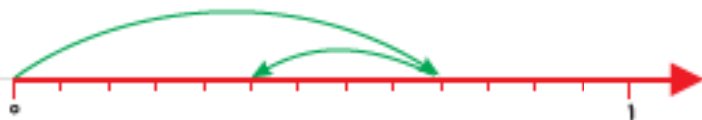
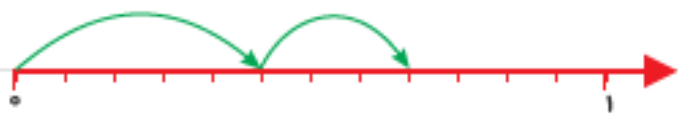
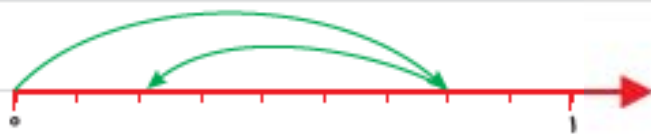


\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

۲۲- برای عبارت  $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$  شکل مناسب رسم کرده و حاصل را به دست آورید.

۲

۲۳- برای هر کدام از محورهای زیر، یک عبارت جمع یا تفریق بنویسید و حاصل را به دست آورید.



۲۴- یک نقاش می‌خواهد دیواری را رنگ کند. او تا به حال  $\frac{4}{7}$  دیوار را رنگ کرده

است. چه کسری از کار نقاش باقی مانده است؟



۲۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{12}{15} - \frac{7}{15} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{10}{13} - \frac{2}{13} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{8}{10} - \frac{8}{10} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = \dots\dots\dots$$

۲۶- کشاورزی یک روز  $\frac{3}{8}$ ، روز دوم  $\frac{1}{8}$ ، روز سوم  $\frac{2}{8}$  و بقیه‌ی زمین

خود را در روز چهارم شخم زده است. چه کسری از زمین، روز

چهارم شخم زده شده است؟



۲۷- حسن با ۱۰۰۰ تومان یک مدادتراش ۴۰۰ تومانی خریده است.

کل پول حسن چند تومان بوده است؟



۲۸- برای عبارت  $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$  شکل مناسب رسم کنید، سپس مسئله‌ای مناسب برای

آن بنویسید و آن را حل کنید.



۲۹- سه کسر بنویسید که نشان دهنده‌ی قسمت‌های رنگی شکل‌های زیر باشد.



\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

۳۰- تساوی  $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$  را روی شکل زیر نشان دهید.



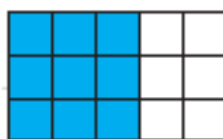
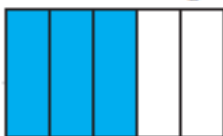
۳۱- با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان گفت که:



..... از دایره‌ها رنگ شده است و یا ..... از دایره‌ها رنگی است.

و یا می‌توان گفت که ..... دایره‌ها رنگ شده است.

۳۲- ابتدا برای قسمت‌های رنگی هر شکل کسر بنویسید؛ سپس آن‌ها را با هم مقایسه کنید.



۳۳- برای تساوی  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$  شکل مناسب رسم کنید.





۳۴- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{25} \quad \frac{18}{24} = \frac{3}{\square} \quad \frac{6}{7} = \frac{54}{\square} \quad \frac{36}{45} = \frac{\square}{5}$$

۳۵- سه کسر مساوی با کسر  $\frac{3}{7}$  بنویسید.

$$\frac{3}{7} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

۳۶- با تقسیم کردن صورت و مخرج کسرها بر یک عدد مناسب، برای آن‌ها سه کسر مساوی بنویسید.

$$\frac{24}{36} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

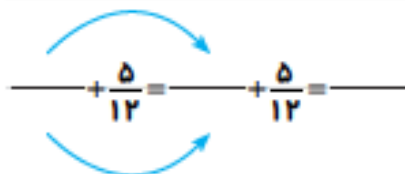
$$\frac{54}{72} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



۳۷- ابتدا کسری را که شکل نشان می‌دهد بنویسید.

۳۸- سه کسر با تقسیم‌بندی مناسب، کسر  $\frac{5}{12}$  را نیز روی شکل با رنگ قرمز رنگ کنید.

۳۹- کسر اول به چه کسری تبدیل شد؟  $\frac{5}{12} = \frac{\quad}{\quad}$



۴۰- با توجه به فعالیت بالا جاهای خالی را کامل کنید.

۴۱- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{4} - \frac{11}{20} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{36}{60} + \frac{2}{10} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{15}{18} - \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{17}{54} + \frac{3}{9} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{7}{8} - \frac{24}{72} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{12}{24} + \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$$

۴۲- با هم مخرج کردن کسرها، آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید.

$$\frac{2}{7} \bigcirc \frac{17}{28}$$

$$\frac{18}{32} \bigcirc \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{5} \bigcirc \frac{19}{25}$$

$$\frac{24}{40} \bigcirc \frac{4}{5}$$



۴۰- داریوش ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او  $\frac{1}{5}$  پولش و آرش که ۴۰۰۰۰

تومان پول داشت، نصف پولش را برای خریدن یک توپ روی هم گذاشتند.

کدام یک سهم بیشتری را پرداخته است؟ چرا؟

۲



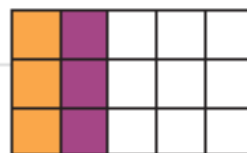
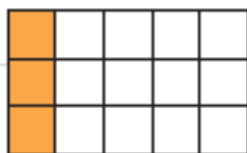
۴۱- تفریق  $\frac{8}{15} - \frac{2}{3}$  را روی شکل زیر نشان دهید و حاصل را به دست آورید.

۴۲- جاهای خالی را با اعداد مناسب کامل کنید.

$\frac{2}{5}$  یعنی ..... تا  $\frac{4}{5}$        $\frac{1}{9}$  یعنی ..... تا  $\frac{5}{9}$        $\frac{1}{7}$  یعنی ..... تا  $\frac{2}{7}$

..... تا  $\frac{1}{4}$  می شود .....      ..... تا  $\frac{3}{9}$  می شود .....      ..... تا  $\frac{2}{10}$  می شود .....

۴۳- با نوشتن کسرهای مناسب برای هر کدام از شکل‌های زیر، جاهای خالی را کامل کنید.



\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

1 × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

2 × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

..... × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

..... × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

۴۴- برای هر کدام از شکل‌های زیر یک ضرب مناسب بنویسید و حاصل را به دست آورید.



۲

۴۵- برای عبارت  $4 \times \frac{2}{9}$  شکل مناسب رسم کنید و حاصل را به دست آورید.

۴۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$5 \times \frac{3}{15} = \dots\dots\dots$$

$$7 \times \frac{2}{23} = \dots\dots\dots$$

$$6 \times \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$$

$$2 \times \frac{5}{13} = \dots\dots\dots$$

$$3 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$$

$$5 \times \frac{4}{23} - 3 \times \frac{3}{23} = \dots\dots\dots$$

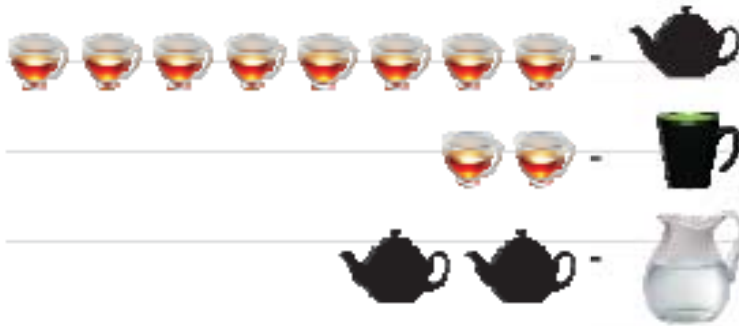
$$7 \times \frac{1}{15} + 2 \times \frac{3}{15} = \dots\dots\dots$$

۴۷- معین هر روز  $\frac{2}{9}$  از کتاب داستانش را می‌خواند. او بعد از ۳ روز چه کسری

از کتاب را خوانده و چه کسری از کتاب هنوز باقی مانده است؟



۴۸- با توجه به شکل‌های زیر به سؤالات پاسخ دهید:



● گنجایش هر استکان چه کسری از گنجایش قوری است؟

● گنجایش هر استکان چه کسری از گنجایش یک پارچ است؟

● گنجایش هر لیوان چند برابر گنجایش یک استکان است؟

شما هم سه سؤال مطرح کنید و به آن‌ها پاسخ دهید.

۴۹- هر کدام از شکل‌های زیر را به مقدار خواسته شده رنگ کنید.



۵۰- همان‌طور که می‌دانیم هر ساعت ۶۰ دقیقه است؛ پس:

ربع یک ساعت یعنی ..... دقیقه.

خمس یک ساعت یعنی ..... دقیقه.

ثلث یک ساعت یعنی ..... دقیقه.

نصف یک ساعت یعنی ..... دقیقه.



۵۱- ابتدا شکل‌ها را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید؛ سپس تعیین کنید چه کسری از هر شکل رنگ شده است؟



۵۲- امین  $\frac{1}{5}$  کتاب داستانش را خوانده است و اکنون مشغول خواندن صفحه‌ی ۴۴ کتاب است. چند صفحه از کتاب امین باقی مانده است؟



۵۳- اندازه‌ی هر وجب مهسا ۱۸ سانتی‌متر است. او طول میز تحریر خود را با ۵ وجب اندازه گرفته است. طول میز تحریر مهسا چه کسری از یک متر است؟



۵۴- عسل چهار عدد چوب ۱۵ سانتی‌متری و چهار عدد چوب ۱۰ سانتی‌متری دارد. او با قرار دادن چوب‌های بلندتر در طول و چوب‌های کوتاه‌تر در عرض، یک مستطیل ساخته است. محیط این مستطیل چه کسری از یک متر است؟



۵۵- در یک شانه تخم مرغ که ۵ ردیف ۶ تایی تخم مرغ دارد،  $\frac{2}{6}$  آن ها شکسته است. چند تخم مرغ سالم

در این شانه تخم مرغ دیده می شود؟

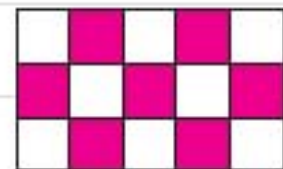


• دوستان خوبم، از بین پاسخ های زیر پاسخ صحیح را با علامت (x) مشخص کنید.

۵۶- در کدام یک از شکل های زیر، ثلث آن شکل رنگ شده است؟



(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۵۷- کدام گزینه ی زیر، ساعت ۳ و ۲۰ دقیقه را نشان نمی دهد؟

(۲)  ۴۰ دقیقه از ساعت ۳ گذشته

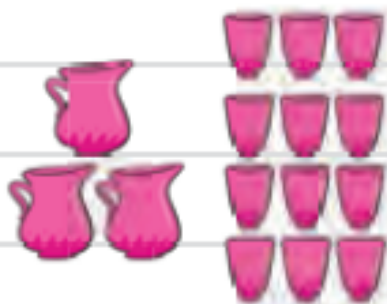
(۱)  ۳  $\frac{1}{3}$  ساعت

(۴)  ۲۰ دقیقه از ساعت ۳ گذشته

(۳)  ۴۰ دقیقه مانده به ساعت ۴

۵۸- با سه پارچ با حجم برابر و پر از آب می توان ۱۲ لیوان را پر از آب کرد. گنجایش هر لیوان چه کسری

از پارچ است؟



(۲)   $\frac{1}{3}$

(۱)   $\frac{1}{4}$

(۴)   $\frac{1}{6}$

(۳)   $\frac{1}{12}$

۵۹- کدام یک از کسرهای زیر با کسر  $\frac{3}{4}$  برابر است؟

(۴)   $\frac{12}{15}$

(۳)   $\frac{26}{48}$

(۲)   $\frac{10}{15}$

(۱)   $\frac{15}{25}$



۶۰- مرضیه تصمیم گرفته بود هر روز  $\frac{1}{7}$  کتاب خود را بخواند تا در پایان هفته آن را تمام کند. امروز

سه‌شنبه است و مرضیه  $\frac{1}{7}$  کتابش را خوانده است. چه کسری از کتاب باقی مانده است؟



$$\frac{2}{7} \quad (2) \quad \square$$

$$\frac{3}{7} \quad (1) \quad \square$$

$$\frac{4}{7} \quad (4) \quad \square$$

$$\frac{1}{7} \quad (3) \quad \square$$